

# Una Introducción a las Lógicas Híbridas

Carlos Areces

`carlos.areces@gmail.com`

FaMAF - UNC  
Córdoba - Argentina

28 de Octubre, Rosario, Argentina

# Estructura de la Charla

- 1 Qué son las Lógicas Híbridas?
  - Lógicas Modales
  - Lógicas Híbridas
- 2 Poder Expresivo y Complejidad
  - El Lenguaje  $\mathcal{H}(@)$
  - La Lógica Híbrida  $\mathcal{H}(@, \downarrow)$
- 3 Ejemplo
- 4 Conclusiones

# Lógicas Modales

**Sintaxis:** Lógica Proposicional + *modalidades*

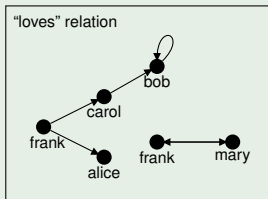
**Semántica:** Interpretada en términos de estructuras relacionales (Grafos)

# Lógicas Modales

**Sintaxis:** Lógica Proposicional + *modalidades*

**Semántica:** Interpretada en términos de estructuras relacionales (Grafos)

## Example



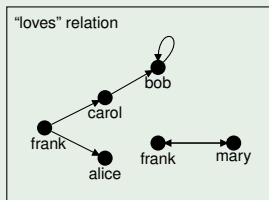
**Query:** “Alguien ama a un solitario/a?”  
(es cierta esto en algún punto del modelo?)

# Lógicas Modales

**Sintaxis:** Lógica Proposicional + *modalidades*

**Semántica:** Interpretada en términos de estructuras relacionales (Grafos)

## Example



**Query:** “Alguien ama a un solitario/a?”  
(es cierta esto en algún punto del modelo?)

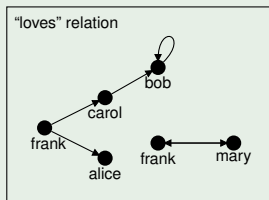
**‘The Modal Way’:**  $\varphi := \langle \text{loves} \rangle [\text{loves}] \perp$

# Lógicas Modales

**Sintaxis:** Lógica Proposicional + *modalidades*

**Semántica:** Interpretada en términos de estructuras relacionales (Grafos)

## Example



**Query:** “Alguien ama a un solitario/a?”  
(es cierta esto en algún punto del modelo?)

**'The Modal Way':**  $\varphi := \langle \text{loves} \rangle [\text{loves}] \perp$

- ML puede ser pensada como un fragmento de LPO
- Las lógicas modales son (usualmente) decidibles!
  - SAT de la lógica modal básica es PSpace-complete

# Lógicas Modales

## Sintaxis

Dado PROP un conjunto de símbolos de proposición y REL un conjunto de símbolos de relación:

$$\text{FORM} := p \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \vee \varphi_2 \mid \langle R \rangle\varphi \mid [R]\varphi,$$

donde  $p \in \text{PROP}$ ,  $R \in \text{REL}$ ,  $\varphi, \varphi_1, \varphi_2 \in \text{FORM}$ .

# Lógicas Modales

## Sintaxis

Dado PROP un conjunto de símbolos de proposición y REL un conjunto de símbolos de relación:

$$\text{FORM} := p \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \vee \varphi_2 \mid \langle R \rangle\varphi \mid [R]\varphi,$$

donde  $p \in \text{PROP}$ ,  $R \in \text{REL}$ ,  $\varphi, \varphi_1, \varphi_2 \in \text{FORM}$ .

Como dijimos, son formulas booleanas con algunos **operadores unarios raros** mezclados.



# Lógicas Modales

## Modelos

Dado  $\langle \text{PROP}, \text{REL} \rangle$  un modelo modal (modelo de Kripke) es una estructura  $\mathcal{M} = \langle W, \{R_i^{\mathcal{M}} \mid R_i \in \text{REL}\}, V \rangle$  donde

- $W$  es un conjunto no vacío
- $R_i^{\mathcal{M}} \subseteq W \times W$
- $V : \text{PROP} \rightarrow 2^W$

# Lógicas Modales

## Modelos

Dado  $\langle \text{PROP}, \text{REL} \rangle$  un modelo modal (modelo de Kripke) es una estructura  $\mathcal{M} = \langle W, \{R_i^{\mathcal{M}} \mid R_i \in \text{REL}\}, V \rangle$  donde

- $W$  es un conjunto no vacío
- $R_i^{\mathcal{M}} \subseteq W \times W$
- $V : \text{PROP} \rightarrow 2^W$

En otras palabras, es un **grafo dirigido decorado** (juro que sí es!)  $W$  es el conjunto de nodos, cada  $R_i$  es un conjunto de ejes (pueden pensar que son ejes de distinto color en el grafo), y  $V$  asigna diferentes etiquetas a cada nodo.

# Lógicas Modales

## Semántica

Dado un modelo  $\mathcal{M} = \langle W, \{R^M \mid R \in \text{REL}\}, V \rangle$  y  $w \in W$ :

$$\mathcal{M}, w \models p \quad \text{sii} \quad w \in V(p) \text{ for } p \in \text{PROP}$$

# Lógicas Modales

## Semántica

Dado un modelo  $\mathcal{M} = \langle W, \{R^M \mid R \in \text{REL}\}, V \rangle$  y  $w \in W$ :

$\mathcal{M}, w \models p$     sii     $w \in V(p)$  for  $p \in \text{PROP}$

$\mathcal{M}, w \models \neg\varphi$     sii     $\mathcal{M}, w \not\models \varphi$

$\mathcal{M}, w \models \varphi \wedge \psi$     sii     $\mathcal{M}, w \models \varphi$  and  $\mathcal{M}, w \models \psi$

# Lógicas Modales

## Semántica

Dado un modelo  $\mathcal{M} = \langle W, \{R^M \mid R \in \text{REL}\}, V \rangle$  y  $w \in W$ :

$\mathcal{M}, w \models p$	sii	$w \in V(p)$ for $p \in \text{PROP}$
$\mathcal{M}, w \models \neg\varphi$	sii	$\mathcal{M}, w \not\models \varphi$
$\mathcal{M}, w \models \varphi \wedge \psi$	sii	$\mathcal{M}, w \models \varphi$ and $\mathcal{M}, w \models \psi$
$\mathcal{M}, w \models \langle R \rangle \varphi$	sii	$\exists w' \in W$ s.t. $R^M(w, w')$ and $\mathcal{M}, w' \models \varphi$
$\mathcal{M}, w \models [R]\varphi$	sii	$\forall w' \in W, R^M(w, w')$ implies $\mathcal{M}, w' \models \varphi$

# Lógicas Modales

## Semántica

Dado un modelo  $\mathcal{M} = \langle W, \{R^M \mid R \in \text{REL}\}, V \rangle$  y  $w \in W$ :

$\mathcal{M}, w \models p$	sii	$w \in V(p)$ for $p \in \text{PROP}$
$\mathcal{M}, w \models \neg\varphi$	sii	$\mathcal{M}, w \not\models \varphi$
$\mathcal{M}, w \models \varphi \wedge \psi$	sii	$\mathcal{M}, w \models \varphi$ and $\mathcal{M}, w \models \psi$
$\mathcal{M}, w \models \langle R \rangle \varphi$	sii	$\exists w' \in W$ s.t. $R^M(w, w')$ and $\mathcal{M}, w' \models \varphi$
$\mathcal{M}, w \models [R]\varphi$	sii	$\forall w' \in W, R^M(w, w')$ implies $\mathcal{M}, w' \models \varphi$

$\langle R \rangle \varphi$ : Algún  $R$ -sucesor satisface  $\varphi$ .

$[R]\varphi$ : Todos los  $R$ -sucesores satisfacen  $\varphi$ .

# Fragmentos de LPO: La Traducción Standard

## Traducción Standard

La *traducción Standard*  $ST$  lleva fórmulas modales a fórmulas de LPO (en la signatura adecuada):

$$ST_x(p_i) := P_i(x)$$

# Fragmentos de LPO: La Traducción Standard

## Traducción Standard

La *traducción Standard*  $ST$  lleva fórmulas modales a fórmulas de LPO (en la signatura adecuada):

$$\begin{aligned}ST_x(p_i) &:= P_i(x) \\ST_x(\neg\varphi) &:= \neg ST_x(\varphi) \\ST_x(\varphi_1 \vee \varphi_2) &:= ST_x(\varphi_1) \vee ST_x(\varphi_2)\end{aligned}$$



# Fragmentos de LPO: La Traducción Standard

## Traducción Standard

La *traducción Standard*  $ST$  lleva fórmulas modales a fórmulas de LPO (en la signatura adecuada):

$$\begin{aligned}ST_x(p_i) &:= P_i(x) \\ST_x(\neg\varphi) &:= \neg ST_x(\varphi) \\ST_x(\varphi_1 \vee \varphi_2) &:= ST_x(\varphi_1) \vee ST_x(\varphi_2) \\ST_x(\langle r_i \rangle \varphi) &:= \exists y. (R_i(x, y) \wedge ST_y(\varphi)) \\ST_x([r_i] \varphi) &:= \forall y. (R_i(x, y) \rightarrow ST_y(\varphi))\end{aligned}$$

(donde  $y$  es una variable *nueva*)

# Fragmentos de LPO: La Traducción Standard

## Traducción Standard

La *traducción Standard*  $ST$  lleva fórmulas modales a fórmulas de LPO (en la signatura adecuada):

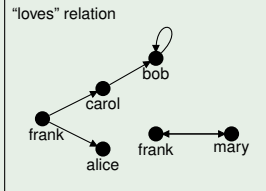
$$\begin{aligned}
 ST_x(p_i) &:= P_i(x) \\
 ST_x(\neg\varphi) &:= \neg ST_x(\varphi) \\
 ST_x(\varphi_1 \vee \varphi_2) &:= ST_x(\varphi_1) \vee ST_x(\varphi_2) \\
 ST_x(\langle r_i \rangle \varphi) &:= \exists y. (R_i(x, y) \wedge ST_y(\varphi)) \\
 ST_x([r_i] \varphi) &:= \forall y. (R_i(x, y) \rightarrow ST_y(\varphi))
 \end{aligned}$$

(donde  $y$  es una variable *nueva*)

Para todo  $\varphi$  y todo  $\mathcal{M}, w$ :  $\mathcal{M}, w \models \varphi$  sii  $\mathcal{M} \models ST_x(\varphi)[x := w]$

# Lógicas Modales

## Example

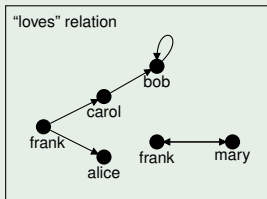


Query: "Alguien ama a algun solitario/a?"

En Modal:  $\varphi := \langle \textit{loves} \rangle [\textit{loves}] \perp$

# Lógicas Modales

## Example



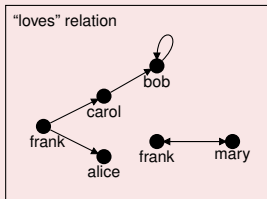
Query: "Alguien ama a algun solitario/a?"

En Modal:  $\varphi := \langle \textit{loves} \rangle [\textit{loves}] \perp$

$$ST_x(\varphi) := \exists y. (\textit{loves}(x, y) \wedge \forall z. (\textit{loves}(y, z) \rightarrow \perp))$$

# Los Límites de la Expresividad Modal

Ciertas propiedades no pueden expresarse en el lenguaje modal básico. . .



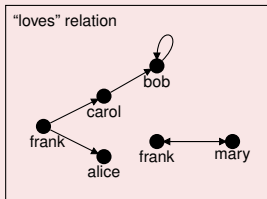
**Query:** "Ama Frank a Alice?"

**Query:** "Hay alguien que se quiera a sí mismo?"

**Query:** "Hay dos personas que se quieran entre ellas?"

# Los Límites de la Expresividad Modal

Ciertas propiedades no pueden expresarse en el lenguaje modal básico. . .



**Query:** “Ama Frank a Alice?”

**Query:** “Hay alguien que se quiera a sí mismo?”

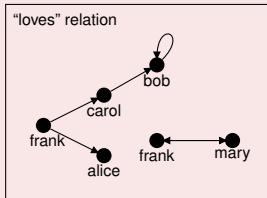
**Query:** “Hay dos personas que se quieran entre ellas?”

- Que hace falta?

- 1 *constantes*
- 2 *igualdades*

# Los Límites de la Expresividad Modal

Ciertas propiedades no pueden expresarse en el lenguaje modal básico. . .



**Query:** “Ama Frank a Alice?”

**Query:** “Hay alguien que se quiera a sí mismo?”

**Query:** “Hay dos personas que se quieran entre ellas?”

- Que hace falta?
  - 1 *constantes*
  - 2 *igualdades*
- Estas limitaciones motivan el trabajo en **Lógicas Híbridas**

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@)$

## La Receta Básica

lógica modal básica



# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@)$

## La Receta Básica

lógica modal básica

+ *nominales*  $\rightarrow$  un nuevo sort de átomos

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@)$

## La Receta Básica

lógica modal básica

- +            *nominales*    →    un nuevo sort de átomos
- +                            @    →    el operador 'at'

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@)$

## La Receta Básica

lógica modal básica

+ *nominales* → un nuevo sort de átomos

+ @ → el operador 'at'

---

$\mathcal{H}(@)$  → la lógica híbrida básica

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@)$

## La Receta Básica

lógica modal básica

+ *nominales* → un nuevo sort de átomos

+ @ → el operador 'at'

---

$\mathcal{H}(@)$  → la lógica híbrida básica

- Los nominales denotan elementos (nodos) en el modelo
- $@_i\varphi$  es verdadera sii  $\varphi$  es cierta en el elemento denotado por  $i$

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(\@)$

Sintaxis: FORM :=  $p \mid i \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \vee \varphi_2 \mid \langle R \rangle\varphi \mid [R]\varphi \mid @_i\varphi$ ,  
 $i \in \text{NOM}$

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(\@)$

**Sintaxis:** FORM :=  $p \mid i \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \vee \varphi_2 \mid \langle R \rangle\varphi \mid [R]\varphi \mid \@_i\varphi$ ,  
 $i \in \text{NOM}$

**Semántica:** Restringir la valuación  $V$  de modo que  $V(i)$  es un conjunto unitario para  $i \in \text{NOM}$ .

Definimos

$$\begin{array}{ll} \mathcal{M}, w \models i & \text{sii } w \in V(i) \text{ (sii } V(i) = \{w\}) \\ \mathcal{M}, w \models \@_i\varphi & \text{sii } \mathcal{M}, w' \models \varphi \text{ for } w' \in V(i) \end{array}$$

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@)$

**Sintaxis:**  $\text{FORM} := p \mid i \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \vee \varphi_2 \mid \langle R \rangle\varphi \mid [R]\varphi \mid @_i\varphi$ ,  
 $i \in \text{NOM}$

**Semántica:** Restringir la valuación  $V$  de modo que  $V(i)$  es un conjunto unitario para  $i \in \text{NOM}$ .

Definimos

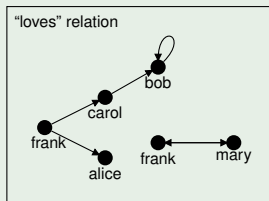
$$\begin{array}{ll} \mathcal{M}, w \models i & \text{sii } w \in V(i) \text{ (sii } V(i) = \{w\}) \\ \mathcal{M}, w \models @_i\varphi & \text{sii } \mathcal{M}, w' \models \varphi \text{ for } w' \in V(i) \end{array}$$

## Extensión de $ST_x$ a $\mathcal{H}(@)$

$$\begin{array}{ll} ST_x(i) & := x = i \\ ST_x(@_i\varphi) & := \exists x.(x = i \wedge ST_x(\varphi)) \end{array}$$

# Poder Expresivo de $\mathcal{H}(@)$

## Example



**Query:** “Hay dos personas que se quieren entre ellas?”

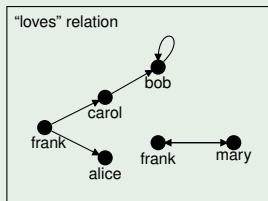
En  $\mathcal{H}(@)$ :  $\varphi :=$

$$@_f \langle \text{loves} \rangle m \wedge @_m \langle \text{loves} \rangle f \wedge @_f \neg m$$



# Poder Expresivo de $\mathcal{H}(@)$

## Example



Query: “Hay dos personas que se quieren entre ellas?”

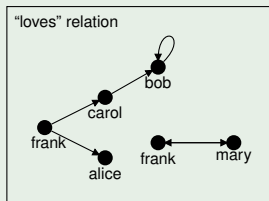
En  $\mathcal{H}(@)$ :  $\varphi :=$

$$@_f \langle \text{loves} \rangle m \wedge @_m \langle \text{loves} \rangle f \wedge @_f \neg m$$

$$ST_x(\varphi) := \text{loves}(f, m) \wedge \text{loves}(m, f) \wedge \neg(f = m)$$

# Poder Expresivo de $\mathcal{H}(\@)$

## Example



**Query:** “Hay dos personas que se quieren entre ellas?”

En  $\mathcal{H}(\@)$ :  $\varphi :=$

$$\@_f \langle \text{loves} \rangle m \wedge \@_m \langle \text{loves} \rangle f \wedge \@_f \neg m$$

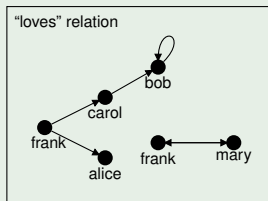
$$ST_x(\varphi) := \text{loves}(f, m) \wedge \text{loves}(m, f) \wedge \neg(f = m)$$

|  $\@_i$

Para  $i, j, k \in \text{NOM}$ :

# Poder Expresivo de $\mathcal{H}(@)$

## Example



Query: “Hay dos personas que se quieren entre ellas?”

En  $\mathcal{H}(@)$ :  $\varphi :=$

$$@_f \langle \text{loves} \rangle m \wedge @_m \langle \text{loves} \rangle f \wedge @_f \neg m$$

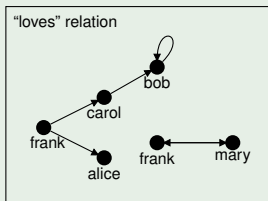
$$ST_x(\varphi) := \text{loves}(f, m) \wedge \text{loves}(m, f) \wedge \neg(f = m)$$

Para  $i, j, k \in \text{NOM}$ :

$@_i j$	$\rightarrow$	$@_j i$
$@_i j \rightarrow @_j i$	$\rightarrow$	$@_j i$

# Poder Expresivo de $\mathcal{H}(@)$

## Example



**Query:** “Hay dos personas que se quieren entre ellas?”

En  $\mathcal{H}(@)$ :  $\varphi :=$

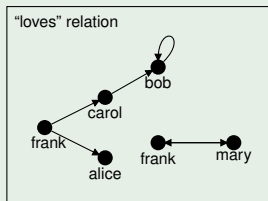
$$@_f \langle \text{loves} \rangle m \wedge @_m \langle \text{loves} \rangle f \wedge @_f \neg m$$

$$ST_x(\varphi) := \text{loves}(f, m) \wedge \text{loves}(m, f) \wedge \neg(f = m)$$

$$\text{Para } i, j, k \in \text{NOM}: \left| \begin{array}{l} @_i \\ @_{ij} \rightarrow @_j \\ @_{ij} \wedge @_{jk} \rightarrow @_{ik} \end{array} \right.$$

# Poder Expresivo de $\mathcal{H}(@)$

## Example



Query: “Hay dos personas que se quieren entre ellas?”

En  $\mathcal{H}(@)$ :  $\varphi :=$

$$@_f \langle \text{loves} \rangle m \wedge @_m \langle \text{loves} \rangle f \wedge @_f \neg m$$

$$ST_x(\varphi) := \text{loves}(f, m) \wedge \text{loves}(m, f) \wedge \neg(f = m)$$

Para  $i, j, k \in \text{NOM}$ :

$$@_i i$$

$$@_i j \rightarrow @_j i$$

$$@_i j \wedge @_j k \rightarrow @_i k$$

$$@_i j \rightarrow (@_i \varphi \leftrightarrow @_j \varphi)$$

# Algunas Propiedades de $\mathcal{H}(\textcircled{\ast})$

- **Complejidad:** Todavía PSpace-complete

# Algunas Propiedades de $\mathcal{H}(\textcircled{\ast})$

- **Complejidad:** Todavía PSpace-complete
  - Pero  $K_t + 1$  **nominal** es ExpTime-complete!

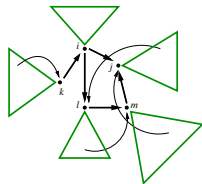
# Algunas Propiedades de $\mathcal{H}(\@)$

- **Complejidad:** Todavía PSpace-complete
  - Pero  $K_t + 1$  nominal es ExpTime-complete!
- Se pierde la "Tree Model Property"



# Algunas Propiedades de $\mathcal{H}(@)$

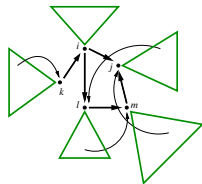
- **Complejidad:** Todavía PSpace-complete
  - Pero  $K_t + 1$  **nominal** es ExpTime-complete!
- Se pierde la "Tree Model Property"
  - Pero preservamos una **forest model property**:



# Algunas Propiedades de $\mathcal{H}(\@)$

- **Complejidad:** Todavía PSpace-complete
  - Pero  $K_t + 1$  **nominal** es ExpTime-complete!
- Se pierde la "Tree Model Property"

- Pero preservamos una **forest model property**:



- El  $\mu$ -calculus híbrido con operador de pasado y modalidad **universal** es ExpTime-complete, y la demostración usa tree-automatas.

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@, \downarrow)$

- Agregar un tercer conjunto VAR de símbolos atómicos (variables)

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@, \downarrow)$

- Agregar un tercer conjunto VAR de símbolos atómicos (**variables**)
- Dado un modelo  $\mathcal{M} = \langle W, \{R^M \mid R \in \text{REL}\}, V \rangle$ , sea  $g : \text{VAR} \rightarrow W$  una **asignación** para  $\mathcal{M}$ . Interpretar las variables de VAR como:

$$\mathcal{M}, g, w \models x \text{ sii } g(x) = w$$

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@, \downarrow)$

- Agregar un tercer conjunto VAR de símbolos atómicos (**variables**)
- Dado un modelo  $\mathcal{M} = \langle W, \{R^M \mid R \in \text{REL}\}, V \rangle$ , sea  $g : \text{VAR} \rightarrow W$  una **asignación** para  $\mathcal{M}$ . Interpretar las variables de VAR como:

$$\mathcal{M}, g, w \models x \text{ sii } g(x) = w$$

- Agregar **binders**. E.g.  $\downarrow$ , con la siguiente semántica:

$$\mathcal{M}, g, w \models \downarrow x. \varphi \text{ sii } \mathcal{M}, g_w^x, w \models \varphi$$

donde  $g_w^x(x) = w$  y  $g_w^x = g$  si no

# La Lógica Híbrida $\mathcal{H}(@, \downarrow)$

- Agregar un tercer conjunto VAR de símbolos atómicos (**variables**)
- Dado un modelo  $\mathcal{M} = \langle W, \{R^M \mid R \in \text{REL}\}, V \rangle$ , sea  $g : \text{VAR} \rightarrow W$  una **asignación** para  $\mathcal{M}$ . Interpretar las variables de VAR como:

$$\mathcal{M}, g, w \models x \text{ sii } g(x) = w$$

- Agregar **binders**. E.g.  $\downarrow$ , con la siguiente semántica:

$$\mathcal{M}, g, w \models \downarrow x. \varphi \text{ sii } \mathcal{M}, g_w^x, w \models \varphi$$

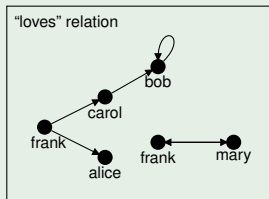
donde  $g_w^x(x) = w$  y  $g_w^x = g$  si no

## Extensión de $ST_x$ a $\mathcal{H}(@, \downarrow)$

$$ST_x(x_i) \quad := \quad x = x_i$$

$$ST_x(\downarrow x_i. \varphi) \quad := \quad \exists x_i. (x_i = x \wedge ST_x(\varphi))$$

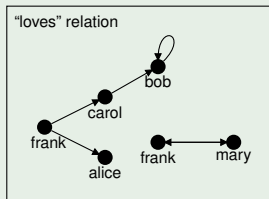
## Example



Query: “Hay alguien que se quiera a sí mismo?”

En  $\mathcal{H}(@, \downarrow)$ :  $\varphi := \downarrow x_i. \langle \text{loves} \rangle x_i$

## Example



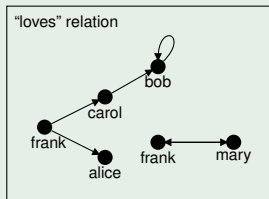
Query: “Hay alguien que se quiera a sí mismo?”

En  $\mathcal{H}(@, \downarrow)$ :  $\varphi := \downarrow x_i. \langle \text{loves} \rangle x_i$

$$ST_x(\varphi) := \exists x_i. ((x = x_i) \wedge \exists y. (\text{loves}(x, y) \wedge y = x_i)) = \text{loves}(x, x)$$



## Example



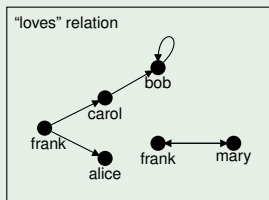
Query: "Hay alguien que se quiera a sí mismo?"

En  $\mathcal{H}(@, \downarrow)$ :  $\varphi := \downarrow x_i. \langle \text{loves} \rangle x_i$

$$ST_x(\varphi) := \exists x_i. ((x = x_i) \wedge \exists y. (\text{loves}(x, y) \wedge y = x_i)) = \text{loves}(x, x)$$

Para  $x \in \text{VAR}$ :  $\downarrow x.x$

## Example



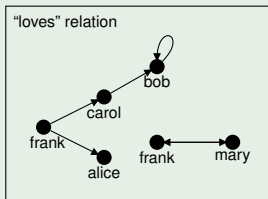
Query: “Hay alguien que se quiera a sí mismo?”

En  $\mathcal{H}(@, \downarrow)$ :  $\varphi := \downarrow x_i. \langle \text{loves} \rangle x_i$

$$ST_x(\varphi) := \exists x_i. ((x = x_i) \wedge \exists y. (\text{loves}(x, y) \wedge y = x_i)) = \text{loves}(x, x)$$

$$\text{Para } x \in \text{VAR: } \left| \begin{array}{l} \downarrow x.x \\ \neg \downarrow x.\varphi \leftrightarrow \downarrow x.\neg\varphi \end{array} \right.$$

## Example



Query: "Hay alguien que se quiera a sí mismo?"

En  $\mathcal{H}(@, \downarrow)$ :  $\varphi := \downarrow x_i. \langle \text{loves} \rangle x_i$

$$ST_x(\varphi) := \exists x_i. ((x = x_i) \wedge \exists y. (\text{loves}(x, y) \wedge y = x_i)) = \text{loves}(x, x)$$

$$\text{Para } x \in \text{VAR: } \left\{ \begin{array}{l} \downarrow x. x \\ \neg \downarrow x. \varphi \leftrightarrow \downarrow x. \neg \varphi \\ \downarrow x. (\langle R \rangle (\varphi \wedge x) \rightarrow \varphi) \end{array} \right.$$

# Algunas Propiedades de $\mathcal{H}(@, \downarrow)$

- Una lógica con muy buen comportamiento teórico: simple axiomatización, buena teoría de modelos, etc.

# Algunas Propiedades de $\mathcal{H}(@, \downarrow)$

- Una lógica con muy buen comportamiento teórico: simple axiomatización, buena teoría de modelos, etc.
- Muy Expresiva: Equivalente al “Bounded Fragment” de LPO

# Algunas Propiedades de $\mathcal{H}(@, \downarrow)$

- Una lógica con muy buen comportamiento teórico: simple axiomatización, buena teoría de modelos, etc.
- Muy Expresiva: Equivalente al “Bounded Fragment” de LPO
- Ya la lógica modal básica +  $\downarrow$  es indecidible

# Un Ejemplo Interesante

- Consideremos un **sistema de alarma**. Queremos verificar la propiedad de que siempre que la alarma suena, haya antes habido algún problema en el sistema.

# Un Ejemplo Interesante

- Consideremos un **sistema de alarma**. Queremos verificar la propiedad de que siempre que la alarma suena, haya antes habido algún problema en el sistema.

$$[F](alarma \rightarrow \langle P \rangle problema)$$



# Un Ejemplo Interesante

- Consideremos un **sistema de alarma**. Queremos verificar la propiedad de que siempre que la alarma suena, haya antes habido algún problema en el sistema.

$$[F](alarma \rightarrow \langle P \rangle problema)$$

- Agregemos un **botón de reset** (para apagar la alarma). Queremos verificar ahora que si la alarma suena, haya antes habido algún problema a partir del ultimo reset.

# Un Ejemplo Interesante

- Consideremos un **sistema de alarma**. Queremos verificar la propiedad de que siempre que la alarma suena, haya antes habido algún problema en el sistema.

$$[F](alarma \rightarrow \langle P \rangle problema)$$

- Agregemos un **botón de reset** (para apagar la alarma). Queremos verificar ahora que si la alarma suena, haya antes habido algún problema a partir del ultimo reset.

$$[F](reset \rightarrow [F](alarma \rightarrow \langle P \rangle problema)) (?)$$

# Un Ejemplo Interesante

- Consideremos un **sistema de alarma**. Queremos verificar la propiedad de que siempre que la alarma suena, haya antes habido algún problema en el sistema.

$$[F](alarma \rightarrow \langle P \rangle problema)$$

- Agregemos un **botón de reset** (para apagar la alarma). Queremos verificar ahora que si la alarma suena, haya antes habido algún problema a partir del ultimo reset.

$$[F](reset \rightarrow [F](alarma \rightarrow \langle P \rangle problema)) (?)$$

- El sistema no puede **olvidar** la ocurrencia de un problema.

# Un Ejemplo Interesante

- Consideremos un **sistema de alarma**. Queremos verificar la propiedad de que siempre que la alarma suena, haya antes habido algún problema en el sistema.

$$[F](alarma \rightarrow \langle P \rangle problema)$$

- Agregemos un **botón de reset** (para apagar la alarma). Queremos verificar ahora que si la alarma suena, haya antes habido algún problema a partir del último reset.

$$[F](reset \rightarrow [F](alarma \rightarrow \langle P \rangle problema)) (?)$$

- El sistema no puede **olvidar** la ocurrencia de un problema.

$$[F]\downarrow x.(reset \rightarrow [F](alarma \rightarrow \langle P \rangle (problema \wedge \langle P \rangle x)))$$

# Conclusiones

## Lo que hicimos:

- Algoritmos eficientes de razonamiento para lógicas híbridas (tableaux, resolución, etc.)
  - Nuevas optimizaciones y estrategias
  - Implementaciones (hTab, HyLoRes)
- Extensiones (Memory Logics)
- Model Checking

# Conclusiones

## Lo que hicimos:

- Algoritmos eficientes de razonamiento para lógicas híbridas (tableaux, resolución, etc.)
  - Nuevas optimizaciones y estrategias
  - Implementaciones (hTab, HyLoRes)
- Extensiones (Memory Logics)
- Model Checking

## Lo que falta hacer:

- Una perspectiva algebraica
- Testing en Aplicaciones

# Conclusiones

## Lo que hicimos:

- Algoritmos eficientes de razonamiento para lógicas híbridas (tableaux, resolución, etc.)
  - Nuevas optimizaciones y estrategias
  - Implementaciones (hTab, HyLoRes)
- Extensiones (Memory Logics)
- Model Checking

## Lo que falta hacer:

- Una perspectiva algebraica
- Testing en Aplicaciones

## Para mas información:

- Hybrid Logics Web Pages @ <http://hylo.loria.fr>
- InToHyLo Project @ <http://www.glyc.dc.uba.ar/intohylo>