Teleportación Cuántica

Alejandro Díaz-Caro

6 de diciembre de 2005

Contenidos de la Charla

Teleportación de un qubit

En 1993, Bennet *et. al.*[1] desarrolaron el método para teleportar un estado cuántico desconocido.
Para esto se valieron de un par de Bell (par entangled), también llamado estado EPR debido a la paradoja planteada por Einstein, Podolsky y Rosen[2], la cual básicamente postula que si tengo un par entangled, por más lejano que tenga un *qubit* del otro, al efectuar una medición sobre uno de ellos, el otro qubit también colapsará.

[1] C. Bennett, G. Brassard, C. Crpeau, R. Jozsa, A. Peres y W. Wootters, *Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels*, Phys. Rev. Lett., **70**, 1895 (1993).

[2] A. Einstein, B. Podolsky y N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*, Phys. Rev. **47**, 777 (1935)

El proceso es el siguiente:
Supongamos que *Alice* quiere enviar el estado de un qubit a *Bob*, quien se encuentra en otro laboratorio.
Previamente, Alice y Bob deberán haber preparado en conjunto un estado de Bell, por ejemplo

$$\beta_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Bob deberá tener consigo el segundo qubit del estado y Alice el primero: este será el canal de comunicación.

Genéricamente, podemos decir que el qubit a transmitir será de la forma:

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$$

El sistema completo, al principio del experimento queda descripto por:

$$|\psi\rangle \otimes \beta_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle)(|00\rangle + |11\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha\,|0\rangle\,(|00\rangle + |11\rangle) + \beta\,|1\rangle\,(|00\rangle + |11\rangle)\right)$$

Alice aplicará en una compuerta $CNOT$[3] a sus 2 qubits (el que quiere teleportar y el primero del par de Bell), obteniendo el sistema en la forma:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha\,|0\rangle\,(|00\rangle + |11\rangle) + \beta\,|1\rangle\,(|10\rangle + |01\rangle)\right)$$

[3] $CNOT\,|0x\rangle = |0x\rangle$, $CNOT\,|1x\rangle = |1\rangle\,NOT\,|x\rangle$

Luego aplicará una compuerta *Hadamard*[4] al primer qubit del sistema, resultando:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle+|1\rangle)(|00\rangle+|11\rangle)+\beta\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle-|1\rangle)(|10\rangle+|01\rangle)\right)$$

$$\begin{aligned}=\frac{1}{2}[&|00\rangle(\alpha|0\rangle+\beta|1\rangle)\\ &+|01\rangle(\alpha|1\rangle+\beta|0\rangle)\\ &+|10\rangle(\alpha|0\rangle-\beta|1\rangle)\\ &+|11\rangle(\alpha|1\rangle-\beta|0\rangle)]\end{aligned}$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{b_1b_2=0}^{1}|b_1b_2\rangle(X^{b_2}Z^{b_1})|\psi\rangle$$

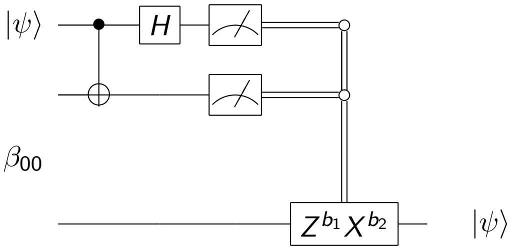
[4] $H|0\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle+|1\rangle)$, $H|1\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle-|1\rangle)$

El último paso de Alice es realizar una medición en la base canónica sobre sus dos qubits. El resultado de este paso es que el qubit que tiene Bob colapsará a uno de 4 estados posibles:

Resultado de la medición	Estado del qubit de Bob
00	$\|\psi\rangle$
01	$X\|\psi\rangle$
10	$Z\|\psi\rangle$
11	$XZ\|\psi\rangle$

Por lo tanto, Alice deberá informarle a Bob el resultado obtenido $(b1, b2)$ y Bob aplicará la compuerta $(Z^{b_1}X^{b_2})$ para obtener el estado original $|\psi\rangle$

El circuito cuántico completo es el siguiente:

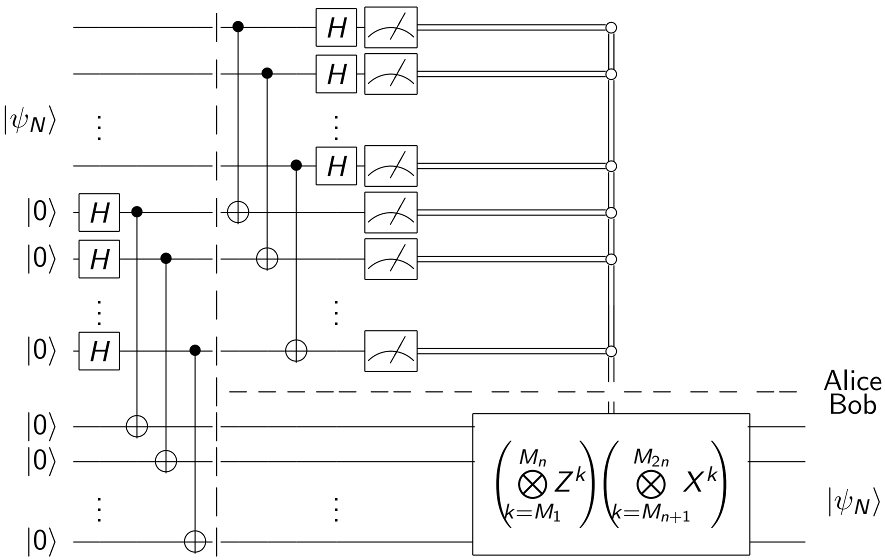


Teleportación de N-qubits

Cómo será la Teleportación de N-qubits?

Intuitivamente, sabemos que para teleportar un qubit necesito otros 2 entangled, por lo tanto, para teleportar N-qubits... necesitaremos 2N-qubits entangled!!

Empecemos viendo el circuito completo...


$|\psi_N\rangle$
$|0\rangle$
$|0\rangle$
$|0\rangle$
$|0\rangle$
$|0\rangle$
$|0\rangle$
H
H
H
H
H
H
Alice
Bob
$\left(\bigotimes_{k=M_1}^{M_n} Z^k\right)\left(\bigotimes_{k=M_{n+1}}^{M_{2n}} X^k\right)$
$|\psi_N\rangle$

Hasta la primera línea punteada sólo estamos creando el par entangled:

$$\frac{1}{\sqrt{2^N}}\sum_{j=0}^{2^N-1}|j_N j_N\rangle$$

Luego, haciendo las operaciones análogas a las de la teleportación de un qubit, obtendremos al final (antes de la medición):

$$\frac{1}{2^N}\sum_{a_1\cdots a_N=0}^{1}|a_1\cdots a_{2N}\rangle\left(\bigotimes_{k=a_{N+1}}^{a_{2N}}X^k\right)\left(\bigotimes_{l=a_1}^{a_N}Z^l\right)|\psi_N\rangle$$

La medición por parte de Alice de sus 2N-qubits le indicará a Bob las operaciones a aplicar para obtener el estado $|\psi_N\rangle$, de la siguiente manera:

Alice mide $a_1 \cdots a_{2N}$ (donde a_i es un bit, $i = 1 \cdots 2N$) y Bob aplicará la operación

$$\left(\bigotimes_{l=a_N}^{a_1} Z^l \right) \left(\bigotimes_{k=a_{2N}}^{a_{N+1}} X^k \right)$$

.

Estado del arte

Los algoritmos para teleportación están creados, ahora qué se puede teleportar?

Cualquier partícula que tenga 2 niveles de energías puede ser representada por un qubit, por lo tanto, éstas son las candidatas a teleportarse.

Pero...

Experimentalmente esto es más complejo de lo que parece: Aplicar cada una de las compuertas sin que nada más interfiera con los qubits, es una proeza lograda en muy pocos lugares...

Hasta ahora, los experimentos exitosos que se han llevado a cabo han sido:

- 2001 - Un equipo de investigadores de la Universidad de Ginebra (Suiza) logra teleportar un Fotón a una distancia de 2Kms.
- 2002 - Científicos de Australia logran teletransportar un rayo laser (a una distancia muy muy pequeña)
- 2004 - Investigadores Austríacos teleportan un rayo de luz a una distancia de 600mts
- 2004 - Paralelamente en Austria y Estados Unidos logran la proeza de teleportar un átomo a 5 micrones de distancia (utilizaron tres átomos y los enfriaron a una temperatura cercana al cero absoluto, hasta detenerlos en el espacio. Después, les cambiaron los estados con pulsos láser. Pusieron dos en un estado entrelazado, y el tercero, ya sea en estado excitado o fundamental. Este último es el que iría a teleportarse.)

Preguntas? Comentarios?