Introducción a la computación cuántica

Día 1:
$\sim$ Conceptos básicos $\backsim$

Alejandro Díaz-Caro

Universidad Nacional de Quilmes

XIII Jornadas de Ciencias de la Computación

Rosario – 21 al 23 de octubre de 2015

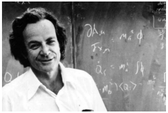
Un poco de historia

Richard Feynman

First Conference on the Physics of Computation, MIT, 1981

Simulación

- Física clásica $\Longrightarrow$ computación clásica
- Física cuántica $\Longrightarrow$ ¿computación clásica?



Necesidad de una computadora cuántica para simular física cuántica

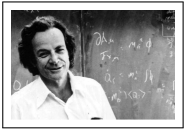
Un poco de historia

Richard Feynman

First Conference on the Physics of Computation, MIT, 1981

Simulación

- Física clásica $\Longrightarrow$ computación clásica
- Física cuántica $\Longrightarrow$ ¿computación clásica?



Necesidad de una computadora cuántica para simular física cuántica

Entre tanto en Rusia...

R. P. Poplavskii

Uspekhi Fizicheskikh Nauk, 115:3, 465–501, 1975

- Inviabilidad computacional de simular sistemas cuánticos (debido al ppio de superposición)

Yuri I. Manin

Moscow, Sovetskoye Radio, 1980

- Uso del número exponencial de estados de base
- Propuesta de teoría de computación cuántica

Un poco de historia (continuación)

Paul Benioff

Journal of Statistical Physics 29 (3):515–546, 1982

- Primer framework teórico para computación cuántica

Charles Bennett y Gilles Brassard

Int. Conference on Computers, Systems and Signal Processing, EE.UU., 1984

- BB84: Método de distribucióndnde claves para criptografía

David Deutsch

Proceedings of the Royal Society A 400 (1818):97–117, 1985

- Máquina de Turing Cuántica: máquina cuántica universal

. . . Varios hitos históricos omitidos . . .

Peter Shor

35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, EE.UU., 1994

- Algoritmo cuántico para factorizar números primos

Lov Grover

28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing, EE.UU., 1996

- Algoritmo de búsqueda (con ganancia cuadrática)

Contenido del curso

Día 1: Introducción a computación cuántica

- Álgebra
- Bits cuánticos y operadores
- Teorema de no-clonado
- Estados de Bell
- Codificación superdensa y teleportación cuántica
- Paralelismo cuántico

Día 2: Aplicaciones

- Algoritmo de Deutsch
- Algoritmo de Deutsch-Jotza
- Algoritmo de Grover
- Protocolo cuántico de distribución de claves criptográficas BB84

Álgebra

En el pizarrón

- Espacio de Hilbert
- Producto tensorial
- Notación bra-ket

Bits cuánticos

Un qubit es. . .

(para un físico)

. . . un sistema cuántico con dos niveles de energía y que puede ser manipulado arbitrariamente

Bits cuánticos

Un qubit es...

(para un físico)

...un sistema cuántico con dos niveles de energía y que puede ser manipulado arbitrariamente

pero nosotros no somos físicos...

(para un matemático o informático)

...un vector normalizado del espacio de Hilbert $\mathbb{C}^2$

Bits cuánticos

Un qubit es...

(para un físico)

...un sistema cuántico con dos niveles de energía y que puede ser manipulado arbitrariamente

pero nosotros no somos físicos...

(para un matemático o informático)

...un vector normalizado del espacio de Hilbert $\mathbb{C}^2$

n-qubits: un vector de $\bigotimes_{i=1}^{n} \mathbb{C}^2 = \mathbb{C}^{2^n}$

Operadores

En el pizarrón

- Operador
- Adjunto y propiedades
- Proyector
- Operador hermítico
- Operador unitario
- Operador de medición
- Compuertas cuánticas
- Evolución

Compuertas más comunes y operadores de Pauli

Hadamard	$H\|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|0\rangle + \|1\rangle)$ $H\|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|0\rangle - \|1\rangle)$ $H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$	**Identidad**	$I\|0\rangle = \|0\rangle$ $I\|1\rangle = \|1\rangle$ $I = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$
Negación	$X\|0\rangle = \|1\rangle$ $X\|1\rangle = \|0\rangle$ $X = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**Cambio de fase**	$Z\|0\rangle = \|0\rangle$ $Z\|1\rangle = -\|1\rangle$ $Z = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$
No-controlada	$CNOT\|0x\rangle = \|0x\rangle$ $CNOT\|1x\rangle = \|1\rangle \otimes X\|x\rangle$ $CNOT = \begin{pmatrix}I & 0\\ 0 & X\end{pmatrix}$	**Matrices de Pauli**	$I \quad X$ $iXZ \quad Z$

Teorema de no-clonado

Teorema (No clonado)

No existe ninguna compuerta cuántica U tal que para algún $|\phi\rangle \in \mathbb{C}^N$ y para todo $|\psi\rangle \in \mathbb{C}^N$ se cumpla

$$U|\psi\phi\rangle = |\psi\psi\rangle$$

Es decir...

$$\boxed{\text{No existe una máquina universal de clonado}}$$

Teorema de no-clonado

Teorema (No clonado)

No existe ninguna compuerta cuántica U tal que para algún $|\phi\rangle \in \mathbb{C}^N$ y para todo $|\psi\rangle \in \mathbb{C}^N$ se cumpla

$$U|\psi\phi\rangle = |\psi\psi\rangle$$

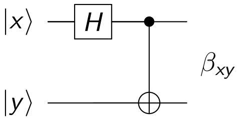
Es decir...

No existe una máquina universal de clonado

o más simplemente

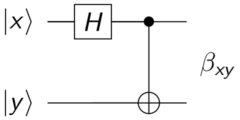
No se puede copiar un qubit desconocido

Estados de Bell



Entrada	Salida
$\|00\rangle$	$\beta_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|00\rangle + \|11\rangle)$
$\|01\rangle$	$\beta_{01} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|01\rangle + \|10\rangle)$
$\|10\rangle$	$\beta_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|00\rangle - \|11\rangle)$
$\|11\rangle$	$\beta_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|01\rangle - \|10\rangle)$

Estados de Bell



Entrada	Salida
$\|00\rangle$	$\beta_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|00\rangle + \|11\rangle)$
$\|01\rangle$	$\beta_{01} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|01\rangle + \|10\rangle)$
$\|10\rangle$	$\beta_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|00\rangle - \|11\rangle)$
$\|11\rangle$	$\beta_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\|01\rangle - \|10\rangle)$

Ejemplo:

$$M = \left\{ \begin{array}{ccc} M_0 & = & |0\rangle\langle 0| \\ M_1 & = & |1\rangle\langle 1| \end{array} \right\}$$

Entonces

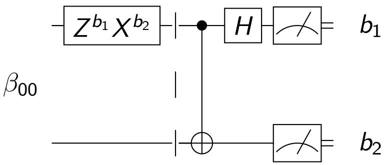
$$\begin{tikzcd}[row sep=tiny] & {|00\rangle} \\ (M \otimes I)\beta_{00} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & {|11\rangle} \end{tikzcd}$$

Codificación superdensa

Objetivo:
Transmitir 2 bits clásicos enviando tan sólo 1 qubit

Codificación superdensa

Objetivo:
Transmitir 2 bits clásicos enviando tan sólo 1 qubit



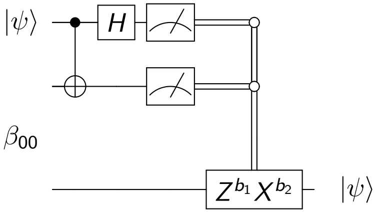
1. A y B preparan β_{00}
2. Se llevan cada uno un qubit
3. A aplica $Z^{b_1}X^{b_2}$ a su qubit
4. A envía su qubit a B
5. B aplica $CNOT$ y H a ambos
6. B mide

Teleportación cuántica

Objetivo:
Transmitir 1 qubit enviando 2 bits clásicos

Teleportación cuántica

Objetivo:
Transmitir 1 qubit enviando 2 bits clásicos



1. A y B preparan β_{00}
2. Se llevan cada uno un qubit
3. A aplica $CNOT$ y H al qubit a transmitir y el suyo del par
4. A mide y envía el resultado a B
5. B aplica $Z^{b_1}X^{b_2}$ (b_1 y b_2 de A)

Paralelismo cuántico

Primera intuición

$$f : \{0,1\} \to \{0,1\}$$

Resultados posibles: 2
Cantidad de evaluaciones para obtenerlos: 2

Paralelismo cuántico

Primera intuición

$$f : \{0,1\} \to \{0,1\}$$

Resultados posibles: 2
Cantidad de evaluaciones para obtenerlos: 2

Supongamos que existe la siguiente compuerta:

$$U_f|x,0\rangle = |x,f(x)\rangle$$

Paralelismo cuántico

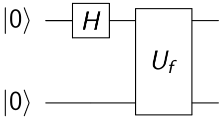
Primera intuición

$$f : \{0,1\} \to \{0,1\}$$

Resultados posibles: 2
Cantidad de evaluaciones para obtenerlos: 2

Supongamos que existe la siguiente compuerta:

$$U_f|x,0\rangle = |x, f(x)\rangle$$



$$|\psi\rangle = \frac{|0,f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle}{\sqrt{2}}$$

Es decir:

$$|00\rangle \xrightarrow{H(1)} \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle+|1\rangle)|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|10\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,f(0)\rangle+|1,f(1)\rangle)$$

Cantidad de evaluaciones de U_f para obtener los dos resultados: 1